

第三章 有效数字及其运算

实验中为了得到准确的测量结果，不仅要准确的进行测量，而且还要正确的记录和运算。正确的记录和运算，是指正确记录测量过程所有的有效数字和按有效数字运算规则进行计算。能否科学合理地反映测量结果，这就涉及到如何正确使用有效数字、有效数字运算应该按什么规则等一系列问题。

一、有效数字

什么是有效数字？有效数字是指在实验过程中测量得到的所有有实际物理意义的数值，它由实验仪器读到的准确数字和最后一位可疑数字组成。通常我们把通过量具及仪器仪表直接读数获得的数字叫做准确数字，把通过估读获得的数字叫做可疑数字。数据的位数不仅能表示出实际数量的大小，也能反应出测量的精度。例如：用刻度尺测量物体长度记录为 18.02 cm ；这四个数字中前三位 180 是从刻度尺上读到的准确数值，最末位的 2 是估读得到的可疑数字，如果此时记录为 18.0 cm 或者 18.020 cm ，其物理意义就被人为的改变了，有效数字的位数能体现出测量的精确程度，因此，读数时必须严格按照有效数字的规定进行读取。

1. 有效数字位数的确定方法

方法法则：从该数左边第一个非零数字算起到最末一位数字的个数，与该数是否有小数点没有关系。

例如： 1.058 有四位有效数字， 0.0280 有三位有效数字， 10.000 有五位有效数字

确定有效数字应该注意的事项：

- ① 如果数字中含有 0 ，在确定有效数字的位数时，应该认清哪些 0 是有效数字，哪些 0 不是有效数字。可以按“前零不算后零算”的基本原则来记忆，即有效数字中最左端第一个非零数字前的 0 都不算有效数字，之后的 0 才计入有效数字。
- ② 实验中往往会遇到测量值的位数特别多，为了书写简洁，通常需要采用科学计数法的形式，当将测量值写成标准科学计数形式时，切记不可改变有效数字的位数。例如： 0.02500 m 有三位有效数字，其中前三位数 250 为准确数字，最后一个 0 为可疑数字，采用科学技术法应该写为 $2.500 \times 10^{-2}\text{ m}$ ，如果写成 $2.5 \times 10^{-2}\text{ m}$ ，这时 2 是准确数字， 5 变成了可疑数字，物理意义已经完全改变。

③ 记录数据时不能因转换了单位而改变了有效数字位，例如：0.02500 m 将其转化成 mm 为单位，这是需写成 25.00 mm，写成科学计数形式 $2.500 \times 10 \text{ mm}$ ，它们都为四位有效数字，前三位 250 为准确数字，最后位 0 为可疑数字。

2. 有效数字的修约法则

人们惯用的数值修约规则主要有“四舍五入”，具体使用方法是：拟舍弃数字最左位为 4 的全部舍去，拟舍弃数字最左位为 5 的往上进一位，也就是逢 4 舍，逢 5 进，这种修约方式逢 5 就进位必然会造成结果的误差偏大，为了避免这样的情况出现，修约时需要尽量减小因修约而产生的误差，在实际实验中需要按“四舍六入五凑偶”的法则来进行，即拟舍弃数字最左位小于 5 时舍弃大于 5 时进位；如果拟舍弃数字最左位刚好等于 5（或者 5 后全是 0），这时需要看 5 的前面一位，若前一位为偶数时舍弃，若前一位为奇数时进位。

例如：2.3051、2.305、2.315、2.3050、2.3048 分别保留三位有效数字有：2.3051→2.31、2.305→2.30、2.315→2.32、2.3050→2.30、2.3048→2.304。

二、有效数字的运算法则

在测量中大多数情况都是间接测量，也就是说，我们测量数据本身并不是实验所需要的最终结果，而是需要通过一系列运算后，才能获得所需数据，那么有效数字的四则运算就显得非常重要。其基本原则是，要保证计算结果不能丢失有效数字也不可添加有效数字。

1. 加减运算：运算结果必须保留到参与运算各数中的最大可疑位。（下划线表示可疑数字）

例如： $10.\underline{1}+1.35\underline{0} = 11.\underline{4}$ $2.\underline{8}-1.2\underline{6} = 1.\underline{5}$

2. 乘除运算：① 先将所有参与运算的各数用科学计数法表示；

② 运算结果的有效数字与参与运算的有效数字位最小的那个数相同。

例如： $302.\underline{0} \times 10.\underline{0} = 3.02\underline{0} \times 10^2 \times 1.00 \times 10 = 3.02 \times 10^3$

$724.7\underline{6} \div 4.3\underline{2} = (7.247\underline{6} \div 4.3\underline{2}) \times 10^2 = 1.68 \times 10^2$

特例：对于乘法运算，如果遇到参与运算各数的首位相乘大于 10 即含有进位，有效数字需要多保留一位；对于除法运算，如果遇到参与运算各数的首位不够除的，有效数字需要少保留一位。

例如： $302.\underline{0} \times 4.\underline{2} = 3.02\underline{0} \times 4.\underline{2} \times 10^2 = 12.7 \times 10^2$ （首位数相乘大于 10 有进位，多保留一位）

$224.7\underline{6} \div 4.3\underline{2} = (2.247\underline{6} \div 4.3\underline{2}) \times 10^2 = 0.52 \times 10^2$ （被除数不够除，少保留一位）

3. 乘方开方运算：乘方开方与乘除法则的思想一致。

例如： $3.0^2=9.0$ $4.0^2=16.0$ $\sqrt{9.0} = 3.0$

4. 指定数式常数。如果间接测量函数关系式中存在指定数或常数时，确定运算结果时不必考虑它的位数。

例如： $r = d/2$ ， r 的有效数字仅由 d 的有效数字位决定；

又如：圆的周长 $S = 2\pi R$ ，运算时 π 的有效数字应取与 R 的位数相同，假设 $R = 1.000 \text{ mm}$ ，那么 π 应该取 3.142，计算后 $S = 6.284 \text{ mm}$ ，运算中遇到其他常数（如： g ， e 等）均按此方法取位。

练习题

1. 改正下列各小题中的错误

(1) $N = (1.02000 \pm 0.2) \text{ cm}$

(2) 有人说 0.02780 有六位有效数字，又有人说只有三位，请纠正并说明原因

(3) $28 \text{ cm} = 280 \text{ mm}$

(4) $0.0221 \times 0.0221 = 0.00048841$

2. 以毫米为单位分别表示下列各测量值

2.580 m 0.002 m 5 cm $2.0 \mu\text{m}$ 11.80 km

3. 找出下列正确的数据记录

(1) 用 20 分度的游标卡尺测量物体长度：

12.50 mm 12.48 mm 12.500 mm 12.5 mm 12.25 mm

(2) 用 50 分度的游标卡尺测量物体长度：

12.220 mm 12.22 mm 12.2 mm 12.20 mm 12.200 mm

4. 按有效数字的运算规则，表示下列各式的结果

(1) $18.30 + 6.3 =$

(2) $9.680 - 5.8400 =$

(3) $4.118 \times 11.2 =$

(4) $137.5 \div 0.10 =$

(5) $\sqrt{4.0} =$

(6) $L = 2\pi R$ 其中 $R = 1.350 \times 10^2 \text{ cm}$